

## VII. PRZYKŁADY INNYCH FUNKCJI

### WYRAŻENIA WYMIERNE

1. Określ dziedzinę wyrażenia:

a)  $\frac{2x}{x+5} + \frac{x}{x-1}$

b)  $\frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 5x + 6}$

c)  $\frac{3x+5}{x^2+x+1}$

2. Sprowadź do najprostszej postaci wyrażenie:

a)  $\frac{8x}{x^2-8x} =$

b)  $\frac{x-1}{x^2+x} \cdot \frac{2x}{x^2-1} =$

c)  $\frac{x}{x-3} : \frac{x^2}{4x-12} =$

3. Rozwiąż równania:

a)  $\frac{x}{x-2} = 2$

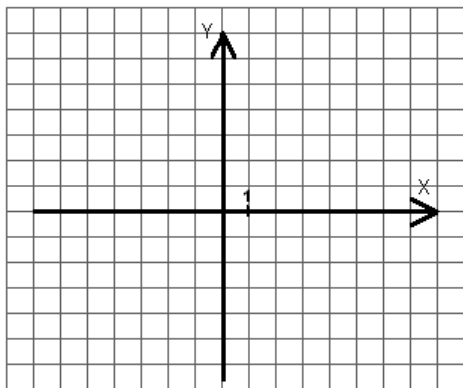
b)  $\frac{1}{x-6} = 0$

c)  $\frac{2x-3}{6x} = \frac{2}{2x+3}$

**FUNKCJA WYMIERNA  $y = \frac{a}{x}$  (PROPORCJONALNOŚĆ ODWROTNA).**

Zależność między dwiema dodatnimi wielkościami  $x$  i  $y$  daną wzorem  $y = \frac{a}{x}$ , gdzie  $a > 0$  jest stałą, nazywamy **proporcjonalnością odwrotną**. Wielkości  $x$  i  $y$  nazywamy **odwrotnie proporcjonalnymi**, zaś liczba  $a$  to **współczynnik proporcjonalności**.

4. Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{2}{x}$ . Narysuj wykres funkcji  $f$  i opisz jej własności.



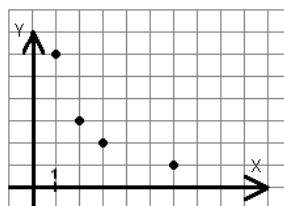
Następnie:

- a) Oblicz wartość funkcji  $f$  dla argumentu  $\frac{1}{5}$ .
- b) Wyznacz argumenty, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartość równą 4.
- c) Rozwiąż równanie  $f(x+3) = f(2x-1)$
- d) Wyznacz wzór funkcji  $g(x) = f(x-2)$ .
- e) Wyznacz wzór funkcji  $h(x) = f(x) + 3$

5. Do wykresu funkcji określonej wzorem postaci  $y = \frac{a}{x}$  należy punkt  $A = (1, 3)$ . Podaj wartość współczynnika  $a$ .

6. Zależność między wielkościami  $x$  i  $y$  została określona za pomocą tabeli i wykresu. Określ, czy jest to zależność odwrotnie proporcjonalna i napisz jej wzór.

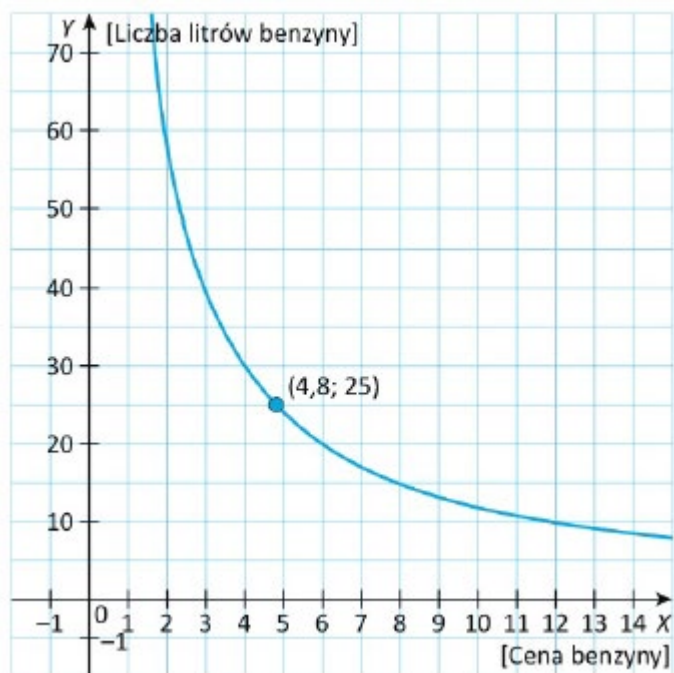
x	1	2	3	6
y	6	3	2	1



7. Pewien kierowca ma zwyczaj kupowania benzyny za stałą kwotę. Wykres obok przedstawia zależność między ceną 1 litra benzyny, a liczbą zatankowanego paliwa. Na wykresie zaznaczono punkt odpowiadający transakcji w dniu 20.04.2018 r.

- a) Napisz wzór opisujący zależność między ceną 1 litra a liczbą kupionych litrów paliwa. Zastanów się czym jest obliczony współczynnik proporcjonalności?

- b) Ile litrów paliwa kupił by kierowca, gdyby cena benzyny wynosiła 6 zł za litr?



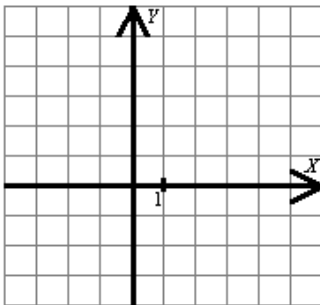
8. Wojtek ocenił, że wartość  $W$  (w złotych) samochodu, jest odwrotnie proporcjonalna do jego wieku  $x$  (w latach).
- Zapisz tę zależność wiedząc, że po 2 latach samochód ma wartość równą 30 000 zł.
  - Oblicz cenę samochodu po 6 latach
  - Jaki wiek ma samochód, jeśli kosztuje 3000 zł?
9. Samochód pewną trasę przy prędkości 40 km/h pokonuje w 2 godziny. Jak długo by jechał, gdyby zwiększyć prędkość do 60 km/h?
10. Zapas ziemniaków w stołówce szkolnej wystarczy na 21 dni, jeżeli dziennie będzie się wydawać 240 obiadów. Na ile dni wystarczy ten zapas, jeśli będą wydawane 252 obiady?
11. Dwóch robotników wykonuje pewną pracę w ciągu 10 dni. Ile czasu trwałaby ta praca, gdyby wykonywało ją pięciu robotników.

12. Artur potrzebuje 10 godzin na pomalowanie pokoju, a Darek zrobiłby to w ciągu 6 godzin. Ile czasu zajęłoby im pomalowanie pokoju, gdyby pracowali razem?

13. Dwie koparki pracując razem wykonują wykop w ciągu 8 dni. Gdyby pracowała tylko pierwsza z nich, wykop powstałby w ciągu 12 dni. Ile czasu zajęłoby wykonanie wykopu drugiej koparce?

**FUNKCJA WYKŁADNICZA  $y = a^x$ .**

14. Naszkicuj wykres funkcji  $f(x) = 2^x$  i omów jej własności.



15. Do wykresu funkcji określonej wzorem  $y = a^x$  należy punkt  $P$ . Podaj wzór funkcji, jeżeli  $P = (2, 9)$ .

16. Obserwowana populacja drobnoustrojów licząca 1000 organizmów zwiększa dziesięciokrotnie swoją liczebność co godzinę. Po ilu godzinach populacja bakterii będzie liczyła miliard organizmów?

17. Wirus rozprzestrzenia się w tempie wykładniczym zwiększając liczbę zarażonych osób dwukrotnie przez okres 4 dni. Jeżeli 3 kwietnia 2020 liczba zarażonych osób wyniosła 100, to ile osób będzie zarażonych 27 kwietnia 2020 (zakładamy, że tempo rozprzestrzeniania się wirusa jest niezmiennie przez cały rozważany okres czasu)?

18. Czas  $T$  połowicznego rozpadu izotopu promieniotwórczego to czas, po którym liczba jąder danego izotopu (a zatem i masa tego izotopu) zmniejsza się o połowę. Liczba jąder  $N(t)$  izotopu promieniotwórczego pozostających w próbce po czasie  $t$ , licząc od chwili  $t_0 = 0$ , wyraża się zależnością wykładniczą:

$$N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

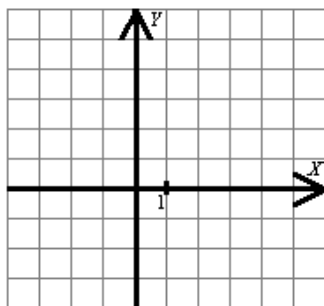
gdzie  $N_0$  jest liczbą jąder izotopu promieniotwórczego w chwili początkowej  $t_0 = 0$ .

a) Okres połowicznego rozpadu strontu-90 jest równy 28 lat. Po jakim czasie początkowa masa próbki tego izotopu zmniejszy się o 87,5%?

b) Oblicz okres połowicznego rozpadu jodu-131, jeśli z próbki o masie 4,8 g po 16 dniach pozostało 1,2 g.

## FUNKCJA LOGARYTMICZNA $y = \log_a x$ .

19. Naskicuj wykres funkcji  $f(x) = \log_2 x$  i omów jej własności.



20. Do wykresu funkcji określonej wzorem  $y = \log_a x$  należy punkt  $P$ . Podaj wzór funkcji, jeżeli  $P = (9, 2)$ .

21. Do określenia siły trzęsienia ziemi stosuje się skalę Richtera:

$$R = \log \frac{A}{A_0}$$

gdzie  $R$  oznacza siłę trzęsienia ziemi w skali Richtera,  $A$  to amplituda trzęsienia ziemi liczona w centymetrach,  $A_0$  jest amplitudą wzorcową równą  $10^{-4}$  cm.

- W 1908 roku w Messynie we Włoszech odnotowano trzęsienie ziemi o wartości 7,5 stopnia w skali Richtera. Oblicz amplitudę drgań tego trzęsienia.
- Oblicz ile stopni w skali Richtera miało trzęsienie ziemi w okolicy Suwałk w 2004 r., wiedząc, że amplituda tego trzęsienia była równa 10 cm.