

### III. FUNKCJE – WŁASNOŚCI

Funkcja to takie przyporządkowanie, że **każdemu argumentowi (x)** odpowiada **tylko jedna wartość (y)**.

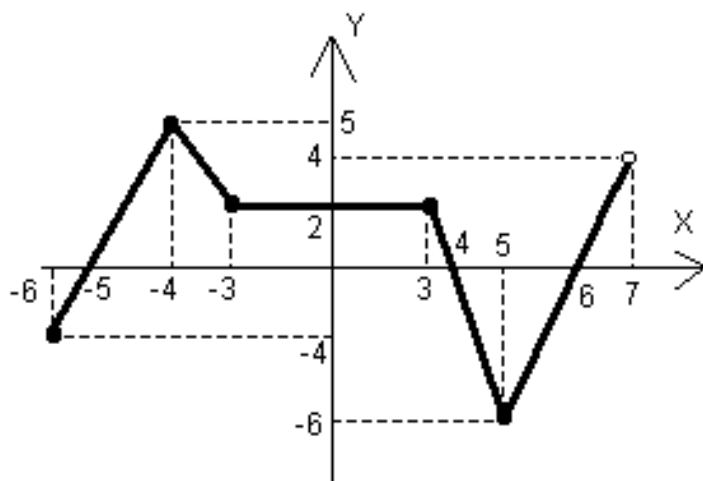
**Dziedzina** funkcji to zbiór **argumentów (x)** funkcji.

**Miejsca zerowe** to taki **argument (x)**, dla którego funkcja przyjmuje **wartość 0 (y=0)**

**Oś odciętych** – oś **X**, oś **rzędnych** – oś **Y**.

1. Na podstawie wykresu funkcji odczytaj:

- Dziedzinę funkcji. [zbiór  $x$ ]
- Zbiór wartości funkcji. [zbiór  $y$ ]
- Miejsca zerowe. [miejsce przecięcia z osią  $X$ ]
- Podaj przedział dla którego funkcja przyjmuje wartości dodatnie i przedział dla którego przyjmuje wartości ujemne.  
[  $x$ , dla którego wykres funkcji jest „nad” albo „pod osią  $X$ ” ]
- Podaj maksymalne przedziały monotoniczności funkcji  
[  $x$ , dla którego wykres funkcji rośnie, maleje, jest stały ]
- Jakiej wartości odpowiada argument  $-3$   
[jaki  $y$  dla  $x = -3$ ]
- Jakiemu argumentowi odpowiada największa i najmniejsza wartość funkcji  
[jaki  $x$  dla  $y_{min}$  i  $y_{max}$ ]



2. Na podstawie wzoru funkcji określ jej dziedzinę.

a)  $y = 2x + 4$

e)  $y = \frac{x+3}{x^2+9}$

b)  $y = \frac{x+3}{x-1}$

f)  $y = \frac{x+3}{x^3+8}$

c)  $y = \frac{x}{(x+2)(x-3)}$

g)  $y = \sqrt{3x-6}$

d)  $y = \frac{x+1}{x^2-4}$

h)  $y = \frac{3x}{\sqrt{x-9}}$

3. Wyznacz miejsca zerowe funkcji (o ile istnieją):

a)  $y = 2x + 4$

b)  $y = x^2 - 4$

c)  $y = \frac{2x-8}{x+3}$

d)  $y = \frac{(x-1)(x+3)}{x^2-9}$

4. Dana jest funkcja określona wzorem:  $f(x) = -3x + 2$ . Dla danej funkcji:

a) wyznacz miejsce zerowe i podaj współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji z osią  $X$

b) oblicz  $f(0)$  i podaj współrzędne punktu przecięcia wykresu funkcji z osią  $Y$

c) sprawdź rachunkowo, czy punkt  $A = (2, -4)$  należy do wykresu funkcji.

5. Funkcja  $f$  określona jest wzorem:  $f(x) = x^2 - x + a$ . Wyznacz parametr  $a$ , jeżeli punkt  $A = (1, -2)$  należy do wykresu funkcji, a następnie:
- Sprawdź która z liczb  $\{-1, 2\}$  jest miejscem zerowym funkcji.
  - Wyznacz te argumenty, dla których funkcja  $f$  i funkcja  $g(x) = x^2 - 4$  przyjmują tę samą wartość.

6. Funkcja  $f$  określona jest następująco:  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & \text{dla } x \leq 1 \\ -x + 3 & \text{dla } x > 1 \end{cases}$

- Oblicz wartość funkcji  $f$  dla argumentu 4.
- Znajdź miejsce zerowe funkcji  $f$  (o ile istnieje).
- Wyznacz te argumenty, dla których funkcja  $f$  przyjmuje wartość 3.
- Znajdź punkt przecięcia funkcji  $f$  z osią  $OY$ .
- Sprawdź czy punkt o współrzędnych  $A = (2, 1)$  należy do wykresu funkcji.

7. Uzupełnij tabelkę dotyczącą przesuwania (translacji) wykresu funkcji  $f(x)$  wg wzoru:

<b>zmiana:</b>	$\leftarrow 1$	$\rightarrow 1$	$\uparrow 1$	$\downarrow 1$
<b>zapis zmiany:</b>	$f(x+1)$	$f(x-1)$	$f(x)+1$	$f(x)-1$

	<b>zmiana:</b>	<b>zapis zmiany:</b>
a)	$\leftarrow 2$	
b)	$\uparrow 7$	
c)	$\rightarrow 8$	
d)	$\downarrow 3$	
e)	$\rightarrow 6 \quad \downarrow 1$	

	<b>zapis zmiany:</b>	<b>zmiana:</b>
f)	$f(x-4)$	
g)	$f(x)-5$	
h)	$f(x+9)$	
i)	$f(x)+6$	
j)	$f(x-3)-2$	

8. Podaj wzór funkcji powstałej w wyniku przesunięcia wykresu funkcji  $f(x)$ .

	$f(x)$	$\leftarrow 1$ $f(x+1)$	$\rightarrow 1$ $f(x-1)$	$\uparrow 1$ $f(x)+1$	$\downarrow 1$ $f(x)-1$
a)	$2x$				
b)	$3x^2$				

9. Dziedziną funkcji  $f$  jest zbiór  $D_f = (-2, +\infty)$ , zaś zbiór wartości to  $ZW_f = \langle -8, 7 \rangle$ . Podaj dziedzinę i zbiór wartości funkcji  $g$  określonej wzorem:

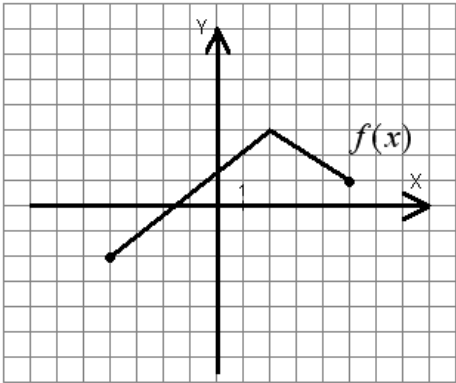
- a)  $g(x) = f(x+2)$       b)  $g(x) = f(x)+3$       c)  $g(x) = f(x-4)$       d)  $g(x) = f(x)-5$

10. Miejscami zerowymi funkcji  $f$  są:  $x_1 = -2$  oraz  $x_2 = 3$ . Podaj miejsca zerowe funkcji  $g$  określonej wzorem:

a)  $g(x) = f(x + 2)$

b)  $g(x) = f(x - 3)$

11. Do wykresu funkcji  $f(x)$  dorysuj wykres funkcji  $g(x)$  wiedząc, że:

<p>a)</p>	$g(x) = f(x + 2)$	
<p>b)</p>	$g(x) = f(x) - 3$	