

V. RÓWNANIA cz. 1 – rozwiązywanie równań

LICZBA SPEŁNIAJĄCA RÓWNANIE:

Równania to dwa wyrażenia algebraiczne połączone znakiem równości. Za pomocą równania opisujemy zależności między niewiadomymi, np. $4x + 2 = 14$

Liczba a spełnia równanie, jeśli po podstawieniu jej w miejsce niewiadomej po obu stronach równania otrzymamy te same liczby. Wtedy liczbę a nazwiemy rozwiązaniem równania.

Zad.1. Odgadnij, jaka liczba jest rozwiązaniem równania (spełnia równanie). Napisz sprawdzenie:

a) $x + 5 = 12$

b) $20 - x = 11$

c) $6 \cdot x = 18$

d) $27 : x = 3$

Zad.2. Sprawdź w pamięci, które z podanych liczb spełniają dane równanie:

a) $2x - 1 = 7$

1, 4, 5

b) $x^2 + 3 = 28$

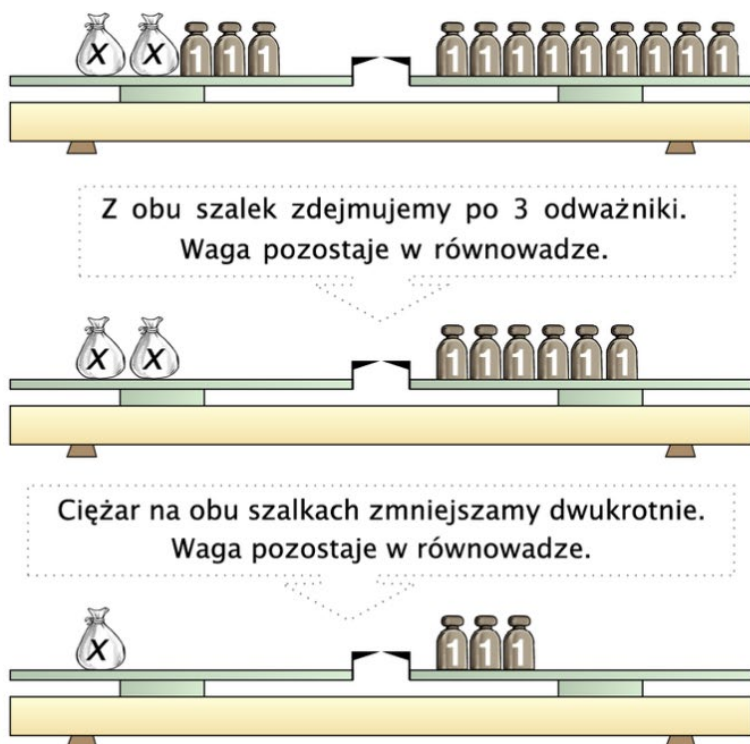
1, 5, -5

Zad.3. Sprawdź, czy liczba 3 spełnia równanie:

$$5(n + 1) - 10 = 3n + 1$$

ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ:

Gdy równanie jest nieskomplikowane, dosyć łatwo odgadnąć jego rozwiązanie. Równania bardziej skomplikowane wymagają rozwiązania. Omawiając metody rozwiązywania równań można posłużyć się wagami. Równowaga wag jest odpowiednikiem znaku równości. Na rysunkach literą x oznaczono masę worka. Obok każdej wagi znajduje się równanie opisujące sytuację na tej wadze.



$$\begin{array}{ccc} 2x + 3 = 9 & & \\ \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ -3 \\ \curvearrowright \end{array} & \begin{array}{c} \text{Od obu stron} \\ \text{równania} \\ \text{odejmujemy 3.} \end{array} & \begin{array}{c} \curvearrowright \\ -3 \\ \curvearrowleft \end{array} \\ & 2x = 6 & \\ \begin{array}{c} \curvearrowleft \\ :2 \\ \curvearrowright \end{array} & \begin{array}{c} \text{Obie strony} \\ \text{równania} \\ \text{dzielimy} \\ \text{przez 2.} \end{array} & \begin{array}{c} \curvearrowright \\ :2 \\ \curvearrowleft \end{array} \\ & x = 3 & \end{array}$$

Gdy od obu stron równania odejmiemy to samo wyrażenie lub do obu stron równania dodamy to samo wyrażenie, zmienia się postać równania, ale nie zmienia się jego rozwiązanie. Podobnie jest, gdy obie strony równania mnożymy lub dzielimy przez tę samą liczbę różną od zera.

Rozwiązywanie równania polega zatem na przekształcaniu równania do sytuacji, w której otrzymujemy rozwiązanie, czyli liczbę spełniającą równanie. Odbywa się to za pomocą równań równoważnych, które otrzymujemy poprzez upraszczanie wyrażeń, a także:

- dodawanie do obu stron równania tej samej liczby lub tego samego wyrażenia
- odejmowanie od obu stron równania tej samej liczby lub tego samego wyrażenia
- mnożenie obu stron równania przez tę samą liczbę różną od zera
- dzielenie obu stron równania przez tę samą liczbę różną od zera

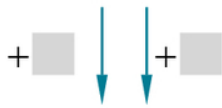
Równaniami równoważnymi nazywamy równania, które mają te same rozwiązania.

Równanie, które spełniają wszystkie liczby, nazywamy równaniem tożsamościowym.

Równanie, którego nie spełnia żadna liczba, nazywamy równaniem sprzecznym.

Zad.4. Rozwiąż równania wykonując odpowiednie działania na obu stronach równania.

$$-55 + x = 100$$



$$x =$$

$$y + 16 = 40$$



$$y =$$

$$8 + z = -6$$



$$z =$$

$$-3 = t - 6,5$$



$$= t$$

$$3a = -12$$



$$a =$$

$$2,4b = 4,8$$



$$b =$$

$$-\frac{1}{3}c = \frac{1}{2}$$



$$c =$$

$$\frac{2}{3}d = 5$$



$$d =$$

Zad.5. Rozwiąż równania wykonując odpowiednie działania na obu stronach równania. Zamiast strzałek przedstawia działanie na obu stronach za pomocą kreski.

a) $x + 15 = 35$

b) $x - 8 = -10$

c) $4 \cdot x = 12$

d) $\frac{x}{6} = 7$

e) $2x - 6 = 8$

f) $\frac{x}{3} + 8 = 5$

Zad.6. Zapisz równanie w prostszej postaci i rozwiąż je.

a) $2x - 3 + x = 8$

b) $3x + 3 - 2x = 1$

c) $\frac{4x+x}{3} = 4$

Zad.7. Rozwiąż równania:

a) $6x + 5 = 4x$

b) $9x - 3 = 2x + 5$

c) $-3x + 4 = -5x - 1$

Zad.8. Rozwiąż równania:

a) $2(x + 1) = x + 7$

b) $-(4 + x) = 2(3 - x)$

Zad.9. Rozwiąż równania:

a) $1 - \frac{6}{7}x = \frac{4}{7}$

b) $\frac{x}{3} + 1 = \frac{5}{6} + \frac{x}{2}$

c) $2(x - 3) - (3x + 1) = 6 - x$

d) $(3x + 1)(x - 2) = 3x^2 + 3$

e) $(x - 4)(x + 5) = x^2 - 2$

f) $\frac{3+2x}{2} = x + 1,5$

g) $\frac{x+2}{9} + \frac{x-1}{3} = 1$

h) $\frac{x-1}{2} - \frac{3x-7}{10} = 1$

PRZEKSZTAŁCANIE WZORÓW:

Przekształcanie wzorów polega na wyznaczeniu jednej zmiennej (litery), która we wzorze występuje jako szukana niewiadoma.

Postępujemy podobnie jak przy rozwiązywaniu równań – wykonujemy działania na obu stronach równania:

1. usuwamy mianowniki – jeśli we wzorze są mianowniki (ułamki) warto obie strony równania pomnożyć przez mianownik lub mianowniki jeśli jest ich więcej i są różne
2. grupujemy wyrazy z szukaną niewiadomą na jednej stronie – przenosimy np. na lewą stronę wszystkie wyrazy z szukaną niewiadomą, a na prawą pozostałe wyrazy (przy okazji dokonujemy redukcji wyrazów podobnych jeśli jest taka możliwość)
3. dzielimy obie strony przez to, co stoi przy szukanej niewiadomej – po tej czynności po jednej stronie równania zostaje nam sama szukana niewiadoma

Zad.10. Wyznacz ze wzoru wskazaną wielkość.

a) $a \cdot x + b = c$

$x = ?$

b) $y = \frac{x+b}{2}$

$x = ?$

c) $\frac{4a}{d} + b = c$

$d = ?$

d) $4(a + 3b) = c + a$

$a = ?$

Zad.11. Wyznacz ze wzoru wskazaną wielkość.

a) $v = \frac{s}{t}$

$s = ?$

b) $E = mgh$

$m = ?$

c) $r = \frac{a+b-c}{2}$

$c = ?$

d) $P = \frac{a \cdot h}{2}$

$h = ?$

e) $E = \frac{mv^2}{2}$

$v = ?$

f) $P = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$

$a = ?$