

IV. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Wyrażeniami algebraicznymi są wyrażenia zbudowane z liczb, liter, nawiasów i znaków działań np.

$$2a + b - 3 \cdot (a^2 - b)$$

ODCZYTYWANIE i ZAPISYWANIE WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH:

Nazwa wyrażenia algebraicznego pochodzi od działania, które zgodnie z kolejnością wykonywania działań zrobimy jako ostatnie.

Dodawanie to SUMA, a dodajemy SKŁADNIKI.

Mnożenie to ILOCZYN, a mnożymy CZYNNIKI.

Odejmowanie to RÓŻNICA, czyli od ODJEMNEJ odejmujemy ODJEMNIK.

Dzielenie to ILORAZ, czyli dzielimy DZIELNĄ przez DZIELNIK.

Druga potęga to KWADRAT, a trzecia to SZEŚCIAN.

Zad.1. Zapisz następujące wyrażenia:

- a) suma liczb m i kwadratu liczby n
- b) różnica trzeciej części liczby k i połowy liczby l
- c) iloraz liczby a przez podwojony kwadrat liczby b :
- d) sześćcian różnicy liczb x i y :
- e) różnica sześciąt liczb x i y :

Zad.2. Nazwij następujące wyrażenia (wybierz z: suma, różnica, iloczyn, iloraz, kwadrat, sześćcian).

a) $x^2 - 3$

b) $(x + 3)(x - 3)$

c) $\frac{x-3}{x+3}$

d) $(x + 3)^3$

OPISYWANIE ZA POMOCĄ WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH ZWIĄZKÓW MIĘDZY RÓŻNYMI WIELKOŚCIAMI:

Dla liczby n należącej do zbioru liczb całkowitych możemy zapisać:

- kolejne liczby całkowite: $n, n + 1, n + 2$, itd.
- kolejne liczby parzyste: $2n, 2n + 2, 2n + 4$, itd.
- kolejne liczby nieparzyste: $2n + 1, 2n + 3, 2n + 5$, itd.
- kolejne wielokrotności liczby 7: $7n, 7n + 7, 7n + 14$, itd.

Średnia arytmetyczna liczb a, b, c, d to: $\frac{a+b+c+d}{4}$.

Liczba dwucyfrowa, w której cyfrą dziesiątek jest x , a cyfrą jednościami jest y to: $10x + y$.

Zad.3. Zapisz następujące wyrażenia:

- | | |
|----------------------------------|------------------------------------|
| a) liczba o 3 większa od x : | d) liczba o 30% mniejsza od x : |
| b) liczba o 3 mniejsza od x : | e) liczba 3 razy większa od x : |
| c) liczba o 30% większa od x : | f) liczba 3 razy mniejsza od x : |

Zad.4. W poniższych zdaniach n oznacza liczbę naturalną. Zapisz te zdania w postaci wyrażeń algebraicznych.

- a) Liczba naturalna poprzedzająca liczbę n to:
- b) Liczba parzysta następująca po liczbie k to:
- c) Liczba nieparzysta poprzedzająca liczbę $2k + 1$ to:
- d) Średnia arytmetyczna liczb n i $n + 1$ to:

Zad.5. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:

a) liczbę dwucyfrową, której cyfra dziesiątek to x , a cyfra jedności to 9

b) liczbę trzycyfrową składającą się z a setek, 5 dziesiątek i b jedności

c) obwód prostokąta o bokach długości x i 5

Zad.6. Zapisz w postaci wyrażen algebraicznych odpowiedzi na poniższe pytania:

a) m metrów i c centymetrów – to ile centymetrów?

b) m metrów i c centymetrów – to ile metrów?

c) x tygodni i y dni – to ile dni?

d) x tygodni i y dni – to ile tygodni?

e) g godzin i m minut – to ile minut?

f) g godzin i m minut – to ile godzin?

Zad.7. Oznaczamy przez a liczbę dziewcząt w pewnej klasie, a przez b liczbę chłopców w tej klasie. Zapisz w postaci wyrażeń algebraicznych odpowiedzi na poniższe pytania:

- a) Ilu uczniów jest w tej klasie?
- b) Ilu uczniów liczyłaby ta klasa, gdyby chłopców było trzy razy mniej, a dziewcząt o trzy więcej?
- c) Ilu uczniów jest na lekcji, jeśli nieobecni są dwaj chłopcy i połowa dziewcząt?
- d) Ilu uczniów nosi okulary, jeśli jest to co czwarta dziewczyna i co piąty chłopak?

Zad.8. Radek ma x lat i jest o 5 lat starszy od Marka i 3 razy młodszy od Filipa. Zapisz w postaci wyrażeń algebraicznych odpowiedzi na poniższe pytania:

- a) Ile lat ma Marek, a ile Filip?
- b) Ile lat będzie miał Marek za 7 lat?
- c) Ile lat miał Radek, gdy urodził się Marek?
- d) O ile lat Filip jest starszy od Radka?

Zad.9. W wiadrze jest x litrów wody, a w beczce y litrów wody. Zapisz w postaci wyrażeń algebraicznych, ile litrów wody będzie w wiadrze, a ile w beczce, jeśli:

- a) Z wiadra do beczki przelejemy pół litra wody.
- b) Najpierw przelejemy połowę zawartości wiadra do beczki, a potem 2 litry z beczki do wiadra.

Zad.10. Zapisz odpowiednie wyrażenie algebraiczne.

- a) Cenę k złotych podwojono, a następnie obniżono o 19 zł. Nowa cena wynosi:
- b) W torebce jest c cukierków. Dorzucono 9 cukierków i podzielono równo na 4 dzieci. Liczba cukierków przypadająca na jedno dziecko wynosi:
- c) Bliźniaczki mają po m lat, a ich brat jest o 3 lata starszy. Suma wieku rodzeństwa to:
- d) Z sali, w której było t uczniów, połowa wyszła, a następnie wróciło 6 uczniów. Ilu uczniów znajduje się teraz w sali?
- e) Paweł jest 4 razy młodszy od dziadka, który ma d lat. Ile lat będzie mieć Paweł za 5 lat?
- f) Ania i Kasia mają razem 150 zł. Ania ma p zł. Ile pieniędzy ma Kasia?

JEDNOMIANY:

Jednomianami są wyrażenia w postaci liczb, liter lub iloczynu liczb i liter np. $-3ab^2c$.

Jednomian można uporządkować – czyli zapisać je w jak najprostszej postaci. W tym celu trzeba ustawić je tak, by pierwszy stał czynnik liczbowy, a po nim czynniki literowe w kolejności alfabetycznej.

Suma algebraiczna to suma jednomianów.

Zad.11. Uporządkuj podane jednomiany:

a) $d \cdot (-3) \cdot c =$

b) $-zy \cdot (-3z) \cdot (-2y) =$

c) $2abacb^3 =$

d) $-0,5a^2 \cdot (-6ab^2) \cdot (-a) =$

e) $-\frac{5}{7}x \cdot 7xy \cdot (-xz^3) =$

OBLICZANIE WARTOŚCI LICZBOWYCH WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH:

Aby obliczyć wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, należy podstawić do niego w miejsce liter odpowiadające im liczby, a następnie obliczyć wynik zgodnie z kolejnością wykonywania działań.

Zad.12. Oblicz wartość liczbową wyrażenia $x^2 + 1$ dla:

a) $x = 5$

b) $x = -2$

Zad.13. Oblicz wartość liczbową wyrażenia $5x - y^2$ dla $x = -1$ i $y = -3$

REDUKCJA WYRAZÓW PODOBNYCH:

Wyrazami podobnymi nazywamy te jednomiany, które po uporządkowaniu różnią się tylko współczynnikami liczbowymi (czynniki literowe są takie same). Redukcja wyrazów podobnych polega na zsumowaniu współczynników i zastąpienia wyrazów podobnych jednym.

Zad.14. Zredukuj wyrazy podobne:

a) $3x + 6x - 2x =$

b) $4x - 2y + 7x - 5y =$

c) $-2a^2 + 5a + 4 - 3a^2 + a - 7 =$

d) $4xy^2 - xy + 5 - 3xy + 2xy^2 - 1 =$

DODAWANIE I ODEJMOWANIE SUM ALGEBRAICZNYCH:

Jeżeli przed nawiasem, w którym znajduje się suma algebraiczna występuje znak + (plus), to opuszczamy nawias i pozostawiamy sumę algebraiczną bez zmian.

Np.: $(a^2 - 2b + c) = a^2 - 2b + c.$

Jeżeli przed nawiasem, w którym znajduje się suma algebraiczna występuje znak - (minus), to opuszczamy nawias i zmieniamy znak na przeciwny przed każdym wyrazem tej sumy.

Np.: $-(a^2 - 2b + c) = -a^2 + 2b - c.$

Zad.15. Doprowadź do najprostszej postaci:

a) $y - (x - 2) =$

b) $-(2a + 6) + (4 - a) - 7 =$

c) $(3 - 2m) - (6 - n) + 8m - n =$

d) $2x + (x - 2xy + 5) - (7x - 5xy - 8) =$

MNOŻENIE JEDNOMIANU PRZEZ SUMĘ ALGEBRAICZNĄ:

Aby pomnożyć jednomian przez sumę algebraiczną, należy pomnożyć go przez każdy składnik sumy. Np.: $3 \cdot (a^2 - 2b + 5c) = 3a^2 - 6b + 15c$.



Zad.16. Doprowadź do najprostszej postaci:

a) $5(a - 1) - 3(6a - 5) =$

b) $3(x - 2xy + 5) - 2(x - 5xy - 8) =$

DZIELENIE SUMY ALGEBRAICZNEJ PRZEZ JEDNOMIAN:

Aby podzielić sumę algebraiczną przez jednomian, należy każdy składnik sumy podzielić przez ten jednomian. Np.: $(3a^2 - 6b + 15c) : 3 = a^2 - 2b + 5c$.



Zad.17. Doprowadź do najprostszej postaci:

a) $(16x - 8) : 2 =$

b) $\frac{2x^2 - 4xy + 8}{2} =$

MNOŻENIE SUM ALGEBRAICZNYCH:

Aby pomnożyć dwie sumy algebraiczne, należy każdy wyraz pierwszej sumy pomnożyć przez każdy wyraz drugiej sumy, a następnie zredukować wyrazy podobne. Np.:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Zad.18. Doprowadź do najprostszej postaci:

a) $(x - 2)(5x - 3) =$

b) $(-2a + 1)(3 - a) =$