

II. WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE I RÓWNANIA

PROCENTY I UŁAMKI:

Jeden procent (1%) pewnej wielkości, to setna część tej wielkości:

$$1\% = \frac{1}{100} \text{ (czyli 1 na 100).}$$

$$1 = 100\%$$

Aby zamienić liczbę na procent, należy pomnożyć tę liczbę przez 100%.

Aby procent zamienić na liczbę, trzeba ten procent podzielić na 100%.

Zad.1. Zamień ułamek na procent:

a) $0,2 =$

c) $1,7 =$

e) $\frac{2}{5} =$

b) $0,35 =$

d) $\frac{1}{2} =$

f) $\frac{9}{20} =$

Zad.2. Zamień procent na ułamek:

a) $5\% =$

b) $30\% =$

c) $235\% =$

OBLICZANIE PROCENTU DANEJ LICZBY:

Aby obliczyć procent z liczby należy pomnożyć procent przez liczbę.

Np. *żeby obliczyć 20% z liczby 150* liczymy: $20\% \cdot 150 = 0,2 \cdot 150 = 30$

Możemy również użyć innych, „sprytnych” sposobów.

Zad.3. Oblicz sprytnie i uzupełnij:

a) 25% liczby 480 to

c) 5% objętości 80 ml to ml

b) 10% masy 65 kg to kg

d) 110% masy 70 g to g

OBLICZANIE LICZBY, GDY DANY JEST JEJ PROCENT:

Aby obliczyć szukaną liczbę, której dany jest procent należy podzielić daną liczbę, przez dany procent.

np. *żeby obliczyć liczbę której 20% to 30* liczymy: $30 : 20\% = 30 : 0,2 = 150$

Możemy również użyć innych, „sprytnych” sposobów np. proporcji.

Zad.4. Znajdź sprytnie (korzystając z proporcji) liczbę, której:

a) 20% jest równe 3

b) 30% jest równe 12

c) 15% jest równe 9

OBLICZANIE, JAKIM PROCENTEM JEDNEJ LICZBY JEST DRUGA LICZBA:

Aby obliczyć jakim procentem danej liczby jest inna liczba, należy ustalić jakim jest ona ułamkiem danej liczby i otrzymany ułamek zamienić na procent.

Zad.5. Jakim procentem liczby x jest liczba y jeśli: $x = 36$, $y = 90$.

Zad.6. Liczba b jakim jest procentem liczby a jeśli: $a = 16$, $b = 2$.

Zad.7. W pewnej klasie jest 10 chłopców i 15 dziewcząt.

a) Jaki procent liczby uczniów w klasie stanowią chłopcy?

b) Jaki procent liczby uczniów w klasie stanowią dziewczęta?

Zad.8. W pewnej klasie 5 osób uczy się języka niemieckiego, a 20 osób angielskiego.

- a) O ile procent więcej osób w klasie uczy się języka angielskiego niż niemieckiego?

- b) O ile procent mniej osób w klasie uczy się języka niemieckiego niż angielskiego?

- c) Jakim procentem liczby osób uczących się języka angielskiego jest liczba osób uczących się niemieckiego?

OBLICZENIA PROCENTOWE:

Podwyżki i obniżki.

Wartość po podwyżce lub obniżce o dany procent obliczymy odpowiednio dodając lub odejmując obliczony procent z liczby.

np. *cena spodni 80 zł po podwyżce o 25% albo obniżce o 25% wynosi:*

$$25\% \cdot 80 = 0,25 \cdot 80 = 20$$

$$80 + 20 = 100 \text{ – cena po podwyżce o 25\%}$$

$$80 - 20 = 60 \text{ – cena po obniżce o 25\%}$$

Szukając wartości sprzed podwyżki lub obniżki warto skorzystać z proporcji.

Zad.9. Oblicz sprytnie i uzupełnij:

- a) o 50% więcej 48 g to g
- c) o 10% więcej niż 300 zł to zł

- b) o 20% mniej niż 15 kg to kg
- d) o 5% mniej niż 320 m to m

Zad.10. Towar po podwyżce o 30% kosztuje 260 zł. Ile kosztował ten towar przed podwyżką?

Zad.11. Lodówka kosztowała 1000 zł. Początkowo podniesiono jej cenę o 10%, a następnie obniżono o 20%. Ile teraz kosztuje lodówka?

Wielokrotne podwyżki i obniżki.

Cenę po podwyżce lub obniżce o dany procent możemy też obliczyć mnożąc ją przez odpowiednie ułamki. Np:

- po podwyżce o 30% nowa cena stanowi 130% wcześniejszej, czyli mnożymy razy 1,3
- po podwyżce o 20% nowa cena stanowi 120% wcześniejszej, czyli mnożymy razy 1,2
- po obniżce o 30% nowa cena stanowi 70% wcześniejszej, czyli mnożymy razy 0,7
- po obniżce o 20% nowa cena stanowi 80% wcześniejszej, czyli mnożymy razy 0,8

Zad.12. Liczba x jest dodatnia. Zapisz liczbę:

a) większą o 20%

d) mniejszą o 20%

b) większą o 30%

e) mniejszą o 30%

c) większą o 5%

f) mniejszą o 5%

Zad.13. Towar dwukrotnie podrożał o 20%. O ile procent jest teraz droższy w stosunku do ceny początkowej?

Zad.14. Towar podrożał o 30%, a następnie staniał o 30%. Oblicz jak zmieniła się cena (wzrosła czy zmalała) i o ile procent.

Zad.15. Cena płaszcza kolejno malała najpierw o 20%, a następnie o 30%. Po zmianach cen kosztował on 700 zł. Jaka była cena płaszcza przed obniżkami?

Lokaty i kredyty.

Lokata to kwota wpłacona do banku na określony czas przy ustalonym oprocentowaniu w skali roku. Po zakończeniu lokaty bank zwraca wpłacony kapitał wraz z odsetkami, które stanowią odpowiedni procent wpłaconej kwoty.

Kredyt to kwota pożyczona z banku na określony czas przy ustalonym oprocentowaniu w skali roku. Po określonym czasie klient zwraca bankowi pożyczony kapitał wraz z odsetkami, które stanowią odpowiedni procent od pożyczonej kwoty.

Odsetki możemy policzyć korzystając z wyrażenia: $o = k \cdot p \cdot t$

gdzie: o - odsetki, k - kapitał, p – procent, t - czas (jako ułamek roku).

Uwaga! W ten sposób możemy liczyć tylko jednokrotnie naliczone odsetki!

Zad.16. Pewien inwestor zdeponował w banku sumę 2400 zł. na lokacie oprocentowanej 2% w skali roku. Oblicz odsetki jakie otrzymał inwestor po 3 miesiącach oszczędzania?

Zad.17. Oprocentowanie roczne kredytu wynosi 8%, zaś bank przeprowadza roczną kapitalizację odsetek. Ile pieniędzy będziemy musieli zwrócić bankowi po 2 latach, jeśli kredyt był wysokości 5000 zł.

VAT i inne podatki

VAT jest podatkiem doliczanym do sprzedawanych towarów i usług. Kwota, którą płacimy, to cena brutto. Cena brutto jest sumą ceny netto i podatku VAT, który jest liczony jako odpowiedni procent ceny netto. Dla podatku VAT 23% otrzymujemy:

$\begin{array}{l} \text{NETTO (100\%)} \quad + \quad \text{VAT (23\%)} \quad = \quad \text{BRUTTO (123\%)} \\ \text{cena bez podatku VAT} \qquad \qquad \qquad \text{cena z podatkiem VAT} \end{array}$

Podatek dochodowy jest podatkiem liczonym od przychodu (zarobku) – kwoty brutto. Po odliczeniu podatku otrzymujemy dochód (kwotę do wypłaty) – kwotę netto.

Dla podatku 12% otrzymujemy:

$\begin{array}{l} \text{BRUTTO (100\%)} \quad - \quad \text{PODATEK (12\%)} \quad = \quad \text{NETTO (88\%)} \\ \text{przychód przed opodatkowaniem} \qquad \qquad \qquad \text{dochód po opodatkowaniu} \end{array}$
--

Zad.18. Towar z 23% podatkiem VAT kosztuje 246 zł. Ile kosztowałby bez VATu?

Zad.19. Towar z 8% podatkiem VAT kosztuje 324 zł. Ile wynosi podatek VAT?

Zad.20. Od zarobków pana Adama odprowadzono 12% podatku w wysokości 300 zł.
Wypłatę w jakiej wysokości otrzymał pan Adam?

Punkty procentowe.

Punkty procentowe to różnica między dwiema liczbami podanymi w procentach odnoszących do tej samej wartości. Wzrost z 15% do 20% jest równy 5 punktów procentowych (5 p.p.).

Zad.21. O ile procent wzrosło poparcie dla partii, jeśli zmieniło się:

a) z 6% na 12%

b) z 12% na 15%

Zad.22. 100% zwiększamy do 130%. Określ ten wzrost w procentach i punktach procentowych.

DIAGRAMY PROCENTOWE:

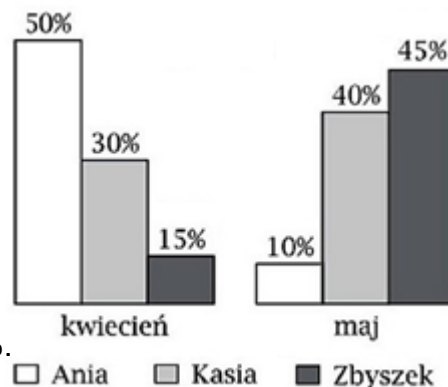
Gdy chcemy porównać dane liczbowe wyrażone w procentach, wygodnie jest posługiwać się diagramami.

Zad.23. Ania, Zbyszek i Kasia ubiegają się o tytuł najsympatyczniejszego ucznia. W kwietniu i w maju przeprowadzono ankiety, których wyniki przedstawiono w diagramie. Na podstawie diagramu uzupełnij zdania dotyczące popularności Ani, Zbyszka i Kasi w maju, w porównaniu do kwietnia.

a) Popularność Kasi wzrosła o p.p.

b) Popularność Ani zmniejszyła się o %.

c) Popularność Zbyszka zwiększyła się o %.



WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE:

Wyrażeniami algebraicznymi są wyrażenia zbudowane z liczb, liter, nawiasów i znaków działań np.

$$2a + b - 3 \cdot (a^2 - b)$$

Nazwa wyrażenia algebraicznego pochodzi od działania, które zgodnie z kolejnością wykonywania działań zrobimy jako ostatnie.

dla przypomnienia:

Dodawanie to SUMA.

Mnożenie to ILOCZYN.

Druga potęga to KWADRAT.

Odejmowanie to RÓŻNICA.

Dzielenie to ILORAZ.

Trzecia potęga to SZEŚCIAN.

Zad.24. Nazwij następujące wyrażenia (wybierz z: suma, różnica, iloczyn, iloraz, kwadrat, sześcián).

a) $x^2 - 3$

b) $(x+3)(x-3)$

c) $\frac{x-3}{x+3}$

d) $(x+3)^3$

Zad.25. Zapisz następujące wyrażenia:

a) sześcián różnicy liczb x i y

b) różnica sześciánów liczb x i y

JEDNOMIANY:

Jednomianami są wyrażenia w postaci liczb, liter lub iloczynu liczb i liter np. $-3ab^2c$.

Jednomian można uporządkować – czyli ustawić tak, by pierwszy stał czynnik liczbowy, a po nim czynniki literowe w kolejności alfabetycznej.

Suma algebraiczna to suma jednomianów.

Zad.26. Uporządkuj podane jednomiany:

a) $2abacb^3 =$

b) $-0,5a^2 \cdot (-6ab^2) \cdot (-a) =$

OPISYWANIE ZA POMOCĄ WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH ZWIĄZKÓW MIĘDZY RÓŻNYMI WIELKOŚCIAMI:

Dla liczby n należącej do zbioru liczb całkowitych możemy zapisać:

– kolejne liczby całkowite: $n, n + 1, n + 2$, itd.

– kolejne liczby parzyste: $2n, 2n + 2, 2n + 4$, itd.

– kolejne liczby nieparzyste: $2n + 1, 2n + 3, 2n + 5$, itd.

– kolejne wielokrotności liczby 7: $7n, 7n + 7, 7n + 14$, itd.

Średnia arytmetyczna liczb a, b, c, d to: $\frac{a+b+c+d}{4}$.

Liczba dwucyfrowa, w której cyfrą dziesiątek jest x , a cyfrą jedności jest y to: $10x + y$.

Zad.27. Zapisz następujące wyrażenia:

a) liczba o 3 większa od x :

d) liczba o 30% mniejsza od x :

b) liczba o 3 mniejsza od x :

e) liczba 3 razy większa od x :

c) liczba o 30% większa od x :

f) liczba 3 razy mniejsza od x :

Zad.28. W poniższych zdaniach n oznacza liczbę naturalną. Zapisz te zdania w postaci wyrażeń algebraicznych.

a) Liczba naturalna poprzedzająca liczbę n to:

b) Liczba parzysta następująca po liczbie $2n$ to:

c) Liczba nieparzysta poprzedzająca liczbę $2n + 1$ to:

d) Średnia arytmetyczna liczb n i $n + 1$ to:

Zad.29. Zapisz w postaci wyrażenia algebraicznego:

a) liczbę dwucyfrową, której cyfra dziesiątek to x , a cyfra jedności to 9

b) liczbę trzycyfrową składającą się z a setek, 5 dziesiątek i b jedności

c) obwód prostokąta o bokach długości b i 5

Zad.30. Zapisz odpowiednie wyrażenie algebraiczne.

a) Cenę k złotych podwojono, a następnie obniżono o 19 zł. Nowa cena wynosi:

b) Bliźniaczki mają po m lat, a ich brat jest o 3 lata starszy. Suma wieku rodzeństwa to:

c) Ania i Kasia mają razem 150 zł. Ania ma p zł. Ile pieniędzy ma Kasia?

OBLICZANIE WARTOŚCI LICZBOWYCH WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH:

Aby obliczyć wartość liczbową wyrażenia algebraicznego, należy podstawić do niego w miejsce liter odpowiadające im liczby, a następnie obliczyć wynik zgodnie z kolejnością wykonywania działań.

Zad.31. Oblicz wartość liczbową wyrażenia $5x - y^2$ dla $x = -1$ i $y = -3$

REDUKCJA WYRAZÓW PODOBNYCH:

Wyrazami podobnymi nazywamy te jednomiany, które po uporządkowaniu różnią się tylko współczynnikami liczbowymi (czynniki literowe są takie same). Redukcja wyrazów podobnych polega na zsumowaniu współczynników i zastąpienia wyrazów podobnych jednym.

Zad.32. Zredukuj wyrazy podobne:

$$4xy^2 - xy + 5 - 3xy + 2xy^2 - 1 =$$

DODAWANIE i ODEJMOWANIE SUM ALGEBRAICZNYCH:

Jeżeli przed nawiasem, w którym znajduje się suma algebraiczna występuje znak + (plus), to opuszczamy nawias i pozostawiamy sumę algebraiczną bez zmian.

$$\text{Np.: } (a^2 - 2b + c) = a^2 - 2b + c.$$

Jeżeli przed nawiasem, w którym znajduje się suma algebraiczna występuje znak - (minus), to opuszczamy nawias i zmieniamy znak na przeciwny przed każdym wyrazem tej sumy.

$$\text{Np.: } -(a^2 - 2b + c) = -a^2 + 2b - c.$$

Zad.33. Doprowadź do najprostszej postaci:

$$2x + (x - 2xy + 5) - (7x - 5xy - 8) =$$

MNOŻENIE JEDNOMIANU PRZEZ SUMĘ ALGEBRAICZNĄ:

Aby pomnożyć jednomian przez sumę algebraiczną, należy pomnożyć go przez każdy składnik sumy. Np.: $3 \cdot (a^2 - 2b + 5c) = 3a^2 - 6b + 15c$.



Zad.34. Doprowadź do najprostszej postaci:

$$3(x - 2xy + 5) - 2(x - 5xy - 8) =$$

DZIELENIE SUMY ALGEBRAICZNEJ PRZEZ JEDNOMIAN:

Aby podzielić sumę algebraiczną przez jednomian, należy każdy składnik sumy podzielić przez ten jednomian. Np.: $(3a^2 - 6b + 15c) : 3 = a^2 - 2b + 5c$.



Zad.35. Doprowadź do najprostszej postaci:

$$\frac{2x^2 - 4xy + 8}{2} =$$

MNOŻENIE SUM ALGEBRAICZNYCH:

Aby pomnożyć dwie sumy algebraiczne, należy każdy wyraz pierwszej sumy pomnożyć przez każdy wyraz drugiej sumy, a następnie zredukować wyrazy podobne. Np.:

$$(a + b) \cdot (c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Zad.36. Doprowadź do najprostszej postaci:

$$5 - (x - 2)(5x - 3) =$$

ROZWIĄZYWANIE RÓWNAŃ:

Równania to dwa wyrażenia algebraiczne połączone znakiem równości. Za pomocą równania opisujemy zależności między niewiadomymi, np. $4x + 2 = 14$

Liczba a spełnia równanie, jeśli po podstawieniu jej w miejsce niewiadomej po obu stronach równania otrzymamy te same liczby. Wtedy liczbę a nazwiemy rozwiązaniem równania.

Równaniami równoważnymi nazywamy równania, które mają te same rozwiązania.

Równanie, które spełniają wszystkie liczby, nazywamy równaniem tożsamościowym.

Równanie, którego nie spełnia żadna liczba, nazywamy równaniem sprzecznym.

Rozwiązywanie równania polega na przekształcaniu równania do sytuacji, w której otrzymujemy rozwiązanie, czyli liczbę spełniającą równanie. Odbywa się to za pomocą równań równoważnych, które otrzymujemy poprzez upraszczanie wyrażeń, a także:

- dodawanie do obu stron równania tej samej liczby lub tego samego wyrażenia
- odejmowanie od obu stron równania tej samej liczby lub tego samego wyrażenia
- mnożenie obu stron równania przez tę samą liczbę różną od zera
- dzielenie obu stron równania przez tę samą liczbę różną od zera

Zad.37. Sprawdź, czy liczba 3 spełnia równanie: $5(n + 1) - 10 = 3n + 1$

Zad.38. Rozwiąż równania:

a) $9x - 2 = 2x + 5$

b) $2x - (3x + 1) = 6 - x$

c) $\frac{3+2x}{2} = x + 1,5$

d) $\frac{x-1}{2} - \frac{3x-7}{10} = 1$

PRZEKSZTAŁCANIE WZORÓW:

Przekształcanie wzorów polega na wyznaczeniu jednej zmiennej (litery), która we wzorze występuje jako szukana niewiadoma.

Postępujemy podobnie jak przy rozwiązywaniu równań – wykonujemy działania na obu stronach równania:

1. usuwamy mianowniki (warto obie strony równania pomnożyć przez mianownik lub wspólny mianownik jeśli jest ich więcej i różnych)
2. grupujemy wyrazy z szukaną niewiadomą na jednej stronie (przenosimy np. na lewą stronę wszystkie wyrazy z szukaną niewiadomą, na prawą pozostałe wyrazy, a przy okazji dokonujemy redukcji wyrazów podobnych)
3. dzielimy obie strony przez to, co stoi przy szukanej niewiadomej (po tej czynności po jednej stronie równania zostaje nam sama szukana niewiadoma)

Zad.39. Wyznacz ze wzoru wskazaną wielkość.

a) $E = \frac{mv^2}{2}$

$v = ?$

b) $P = \frac{(a+b) \cdot h}{2}$

$a = ?$

ZASTOSOWANIE RÓWNAŃ W ZADANIACH TEKSTOWYCH:

Rozwiązując zadania tekstowe przeczytaj uważnie, kilka razy treść zadania. Postaraj się zrozumieć o czym jest zadanie. Następnie:

1. Zrób analizę zadania – ustal niewiadomą, oznacz ją np. jako x i ułóż różne wyrażenia algebraiczne z niewiadomą x , zgodnie z treścią zadania.
2. Ułóż równanie – połącz znakiem równości dwa wyrażenia, które przedstawiają tę samą wielkość, mówią o tym samym.
3. Rozwiąż równanie – znajdź x .
4. Sprawdź z treścią zadania czy wynik pasuje – to nie to samo, co sprawdzenie równania. Równanie może być rozwiązane poprawnie, ale mogliśmy popełnić błąd przy jego układaniu.
5. Podaj odpowiedź – upewnij się, czy na pewno masz odpowiedź na pytanie, bo nie zawsze odpowiedzią jest niewiadoma x .

Zadanie 40.

Suma trzech kolejnych liczb naturalnych wynosi 63. Jakie to liczby?

Zadanie 41.

Suma trzech kolejnych liczb parzystych wynosi 72. Jakie to liczby?

Zadanie 42.

Pierwsza liczba jest dwa razy większa od drugiej, a trzecia o 7 mniejsza od pierwszej. Jakie to liczby, jeśli suma ich wynosi 33?

Zadanie 43.

W składzie pociągu znajdują się cysterny, platformy i wagony towarowe. Cystern było o 4 mniej niż platform i o 8 mniej niż wagonów towarowych. Ile było wagonów każdego rodzaju, jeśli wiadomo, że pociąg liczył 57 wagonów.

Zadanie 44.

Zegar z kukułką waży 5,5 kg. Kukułka jest lżejsza od zegara o 5 kg. Ile waży kukułka?

Zadanie 45.

Rozmieniono 50 zł na monety o nominałach 2 zł i 5 zł. Monet pięciozłotowych było 10 razy mniej niż dwuzłotowych. Ile monet każdego rodzaju otrzymano?

Zadanie 46.

W pewnej restauracji 40 gości posadzono przy stolikach 2 i 3-osobowych. Ile było stolików każdego rodzaju, jeżeli wiadomo, że 3-osobowych było o 5 więcej niż 2-osobowych?

Zadanie 47.

Matka jest 3 razy starsza od syna. Ile lat ma każde z nich, jeżeli wiadomo, że za 10 lat będą mieli w sumie 60 lat?

Zadanie 48.

Brat jest starszy od siostry 6 razy. Za 8 lat będzie od niej starszy 2 razy. Ile lat ma każde z rodzeństwa obecnie.

Zadanie 49.

W dwóch torbach są pomarańcze. W pierwszej jest ich pięć razy więcej niż w drugiej. Jeśli z pierwszej torby przełożymy 6 pomarańczy do drugiej torby, to w drugiej torbie będzie ich dwa razy mniej niż w pierwszej. Ile pomarańczy było początkowo w każdej torbie?

STOSUNEK WIELKOŚCI LICZBOWYCH:

Stosunek dwóch wielkości możemy zapisać za pomocą ułamka zwykłego lub znaku dzielenia np. $\frac{1}{2}$ lub $1 : 2$. Stosunek więcej niż dwóch wielkości zapisujemy tylko znakiem dzielenia np. $1 : 2 : 3$.

Zauważ:

Stosunek liczbowy pokazuje relacje między częściami, a nie jakim są ułamkiem całości. Np. mieszając sok z wodą w stosunku $1 : 4$ wody jest 4 razy więcej niż soku, zaś sok stanowi $\frac{1}{5}$ całości, a więc 20% (a nie $\frac{1}{4} = 25\%$).

Propozycja:

Rozwiązując zadania dotyczące stosunku liczbowego do napisania równania możemy użyć tzw. współczynnika proporcjonalności.

Np. jeśli wiemy, że stosunek boków w prostokącie wynosi $6 : 7$, a obwód prostokąta jest równy 52, możemy przyjąć, że:

jeden bok: $a = 6x$,

drugi bok: $b = 7x$,

gdzie x jest współczynnikiem proporcjonalności.

Podstawiając do wzoru na obwód prostokąta $O = 2a + 2b$ otrzymamy:

$$2 \cdot 6x + 2 \cdot 7x = 52$$

$$26x = 52$$

$$x = 2$$

Zatem jeden bok $a = 6 \cdot 2 = 12$, zaś drugi bok $b = 7 \cdot 2 = 14$.

Zadanie 50.

Działkę o powierzchni 60 arów podzielono w stosunku 2 : 3. Oblicz powierzchnię każdej z dwóch części działki.

Zadanie 51.

Krzysztof i Mateusz zarobek za wykonaną pracę podzielili w stosunku 2 : 7. Mateusz dostał 595 zł. Ile razem zarobili obaj chłopcy?

Zadanie 52.

Odległość pomiędzy Amowem a Bemowem podzielono na dwie części w stosunku 3 : 5. Jedna część jest o 4 km krótsza od drugiej. W jakiej odległości leżą te miejscowości?

Zadanie 53.

Stosunek boków w prostokącie wynosi 2 : 3. Znajdź długości boków tego prostokąta wiedząc, że jego pole jest równe 60 cm².

PROPORCJA:

Równość dwóch ilorazów nazywamy proporcją. W każdej proporcji iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów środkowych:

jeżeli $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ lub $a : b = c : d$ to $a \cdot d = b \cdot c$

Zadanie 54.

Rozwiąż równanie: $\frac{2}{x} = \frac{4}{5}$

Zadanie 55.

Jaką liczbę należy dodać do licznika i mianownika ułamka $\frac{3}{5}$, aby otrzymać ułamek $\frac{2}{3}$?

WIELKOŚCI WPROST PROPORCJONALNE:

Dwie zmieniające się dodatnie wielkości nazywamy wprost proporcjonalnymi, jeżeli wraz ze wzrostem jednej druga rośnie tyle samo razy. Iloraz wielkości wprost proporcjonalnych jest stały.

Zadanie 56.

Samochód spala 5 litrów benzyny na 100 km. Ile potrzebuje benzyny na przejechanie 312 km.

ŚREDNIA ARYTMETYCZNA:

Średnia arytmetyczna to suma wartości dzielona przez ich ilość $S_n = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}$.

Zad.57. Grupie dzieci zadano pytanie: *Ile pączków zjadłaś/zjadłeś w tłusty czwartek?*
Wyniki tej ankiety przedstawiono na diagramie. Ile średnio pączków zjadła każda z tych osób?



Zad.58. Znajdź a wiedząc, że średnia arytmetyczna danych: 1, 4, a , 7, 2 jest równa 4,4.

Zad.59. Średnia wieku rodziców i ich dwójki dzieci jest równa 23 lata. Gdyby uwzględnić wiek dziadka, to średnia wieku wszystkich osób byłaby równa 31 lat. Ile lat ma dziadek?