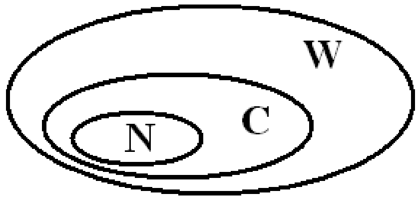
I. LICZBY i DZIAŁANIA



ZBIORY LICZBOWE:

<u>liczby naturalne</u>: to liczby całkowite dodatnie wraz z zerem np. $0, 1, 2, 3, 4, 5$

<u>liczby całkowite</u>: to liczby naturalne oraz ich ujemne odpowiedniki, a także liczba zero
np. –3, –2, –1, 0, 1, 2, 3, 4

<u>liczby wymierne</u>: można przedstawić za pomocą ułamka zwykłego
np. -3; $-2\frac{1}{4}$; $-\frac{1}{3}$; 0; 2,(7); 3,14

Każdą liczbę wymierną można przedstawić za pomocą ułamka dziesiętnego skończonego lub nieskończonego okresowego np.

$\frac{1}{8} = 0{,}125$ $\frac{1}{6} = 0{,}16666\ldots = 0{,}1(6)$

Istnieją liczby, których nie można przedstawić za pomocą ilorazu dwóch liczb. Przykładem takich liczb są pierwiastki liczb całkowitych, które nie są kwadratami, np. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{6}$ itd. Ich rozwinięcia dziesiętne <u>nie są ani skończone, ani okresowe</u>. Takie liczby **<u>nie są wymierne</u>**.

Zauważ:
ułamki o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym okresowym <u>są wymierne</u>
np.: $2,(64) = 2{,}64646464\ldots$

ułamki o rozwinięciu dziesiętnym nieskończonym nieokresowym <u>są niewymierne</u>
np.: $\sqrt{7} = 2{,}6457513\ldots$

<u>liczby pierwsze</u>: to liczby naturalne większe od 1, posiadające tylko dwa dzielniki (czyli dzielą się tylko przez 1 i przez samą siebie), np. $2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ \ldots$

<u>liczby złożone</u>: to liczby naturalne większe od 1, które mają więcej niż dwa dzielniki, np. $4,\ 6,\ 8,\ 9,\ \ldots$

Zauważ:
liczba 0 oraz liczba 1 nie jest ani pierwsza, ani złożona

<u>liczby przeciwne</u>: mają tę samą wartość, ale przeciwny znak (ich suma wynosi 0)
np. 2 i -2

<u>liczby odwrotne</u>: zapisane za pomocą ułamka zwykłego niewłaściwego mają zamieniony względem siebie licznik z mianownikiem (ich iloczyn jest równy 1)
np. $\frac{2}{3}$ i $\frac{3}{2}$ albo 3 i $\frac{1}{3}$

Zad.1. Określ do jakiego zbioru należą podane poniżej liczby.
(wpisz: naturalne N, całkowite C, wymierne W, niewymierne NW)

3 : .... $-\frac{8}{4}$: .... $\sqrt{4}$: ....

-3 : .... $-1\frac{2}{3}$: .... $\sqrt{3}$: ....

Wybrane metody zliczania elementów zbiorów liczbowych:

Licząc z pomocą odejmowania ilość kolejnych liczb całkowitych zastanówmy się, czy chcemy liczyć włącznie z pierwszą i ostatnią liczbą, czy nie.

Zad.2. Policz:

a) ile stron liczy rozdział, który zaczyna się na stronie 13, a kończy na stronie 37

b) ile jest liczb całkowitych pomiędzy liczbami 13 i 37

c) ile metrów trzeba się wspinać, jeśli ruszamy z wysokości 13 m, a chcemy dojść do 37 m

SYSTEM RZYMSKI:

I = 1
V = 5
X = 10
L = 50
C = 100
D = 500
M = 1000

- jeżeli po znaku rzymskim występuje znak oznaczający liczbę mniejszą lub równą, to liczby dodajemy, np. LX = 50 + 10 = 60
- obok siebie nie mogą występować dwa znaki V, L, D
- obok siebie mogą występować maksymalnie trzy znaki I, X, C, M
- jeżeli po znaku rzymskim występuje znak oznaczający liczbę większą, to od liczby większej odejmujemy mniejszą, np. CM = 1000 – 100 = 900

  IV = 4 XL = 40 CD = 400 IX = 9 XC = 90 CM = 900

Zad.3. Zapisz jakie to liczby:

a) CCLXI .... b) MCMXIV ....

Zad.4. Zapisz podane liczby znakami rzymskimi:

a) 765 .... b) 1410 ....

CECHY PODZIELNOŚCI LICZB:

Liczba naturalna jest podzielna przez:

2 – gdy jest liczbą parzystą, gdy jej ostatnią cyfrą jest: 0, 2, 4, 6, 8 (np. 374)
3 – gdy suma jej cyfr dzieli się przez 3 (np. 483)
4 – gdy liczba utworzona z jej dwóch ostatnich cyfr dzieli się przez 4 (np. 712)
5 – gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 lub 5 (np. 105)
9 – gdy jej suma cyfr dzieli się przez 9 (np. 234)
10 – gdy jej ostatnią cyfrą jest 0 (np. 230)

WIELOKROTNOŚCI i DZIELNIKI:

Każdą liczbę naturalną możemy pomnożyć przez inną liczbę naturalną i taki iloczyn to <u>wielokrotność</u>, np. wielokrotności liczby 8 to: 0, 8, 16, 24, itd.

Każda liczba naturalną, przez którą dzieli się bez reszty dana liczba to <u>dzielnik</u> danej liczby, np. dzielniki liczby 8 to: 1, 2, 4, 8.

NWD to największy wspólny dzielnik dwóch lub więcej liczb naturalnych [korzystamy z niego np. przy skracaniu ułamków].

NWW to najmniejsza wspólna wielokrotność dwóch lub więcej liczb naturalnych [korzystamy z niej np. przy wyznaczaniu wspólnego mianownika].

np.

NWD (12, 18) = 6 — 6 to największa liczba, przez którą podzieli się 12 i 18, to przez 6 skrócimy ułamek $\frac{12}{18}$

NWW (12, 18) = 36 — 36 to najmniejsza liczba, która podzieli się przez 12 i 18, to 36 będzie wspólnym mianownikiem dla $\frac{1}{12}$ i $\frac{1}{18}$

Obliczając NWD i NWW możemy posłużyć się rozkładem na czynniki pierwsze.
Szukając NWD (84, 126) i NWW (84, 126) wykonujemy:

rozkładamy liczby na czynniki pierwsze

$$\begin{array}{r|l} 84 & 2 \\ 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 126 & 2 \\ 63 & 3 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

zaznaczamy powtarzające się czynniki

$$84 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$$
$$126 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$$

obliczamy NWD i NWW

NWD (84, 126) $= 2 \cdot 3 \cdot 7 = 42$

NWW (84, 126) $= 2 \cdot 126 = 252$

lub $= 3 \cdot 84 = 252$

Zad.5. Ile dzielników ma liczba 36?

Zad.6. Wyznacz:

a) NWD (8, 12) = ... c) NWD (3, 7) = ... e) NWW (7, 14) = ...

b) NWD (5, 10) = ... d) NWW (3, 7) = ... f) NWW (6, 8) = ...

g) NWD (330, 420) = ……...............

h) NWW (330, 420) = ……...............

Zad.7. Listewkę o długości 50 cm planowano pociąć na równe części. Iwona zaproponowała podział na kawałki po 5 cm i zaznaczyła na listewce czerwonym kolorem linie cięcia. Agata chciała podzielić tę samą listewkę na części po 2 cm i linie cięcia zaznaczyła na zielono. Ile razy linia czerwona pokrywała się z linią zieloną?

DZIELENIE Z RESZTĄ:

$a : b = w$ reszta r, jeżeli $a = b \cdot w + r$

Reszta jest zawsze mniejsza od dzielnika.

Zad.8. Wykonaj dzielenie z resztą i zrób sprawdzenie otrzymanego wyniku:

$25 : 7 =$ bo

Zad.9. Znajdź liczby oznaczone literami

a) $a : 12 = 5$ reszta 9

b) $163 : b = 5$ reszta 13

ZAOKRĄGLANIE LICZB:

Zaokrąglanie liczb polega na:

- wskazaniu cyfry, względem której określane jest zaokrąglenie,
- zastąpieniu zerami wszystkich cyfr na prawo od wskazanej,
- zwiększeniu wskazanej cyfry o jeden, jeśli sąsiednia z prawej cyfra była większa lub równa 5.

np. zaokrąglimy daną liczbę

– do całości (liczby całkowitej): $7{,}68 \approx 8$ $31{,}23 \approx 31$

– do 0,01 (części setnych): $0{,}6378 \approx 0{,}64$ $0{,}952 \approx 0{,}95$

– do 100 (pełnych setek): $181{,}457 \approx 200$ $5691 \approx 5700$ $31 \approx 0$

Zad.10. Zaokrąglij daną liczbę do całości:

a) $5{,}72 \approx$

b) $1{,}29 \approx$

Zad.11. Zaokrąglij daną liczbę do 0,01 (części setnych):

a) $0{,}5281 \approx$

b) $4{,}851 \approx$

Zad.12. Zaokrąglij daną liczbę do pełnych setek:

a) $273{,}387 \approx$

b) $7483 \approx$

c) $51 \approx$

d) $48 \approx$

DZIAŁANIA NA LICZBACH:

Dodawanie to SUMA, a dodajemy SKŁADNIKI.
Mnożenie to ILOCZYN, a mnożymy CZYNNIKI.
Odejmowanie to RÓŻNICA, od ODJEMNEJ odejmujemy ODJEMNIK.
Dzielenie to ILORAZ, dzielimy DZIELNĄ przez DZIELNIK.
Druga potęga liczby to KWADRAT tej liczby, a trzecia to SZEŚCIAN.

KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ:

W pierwszej kolejności wykonujemy działania w nawiasach, a potem:

- potęgowanie i pierwiastkowanie
- mnożenie i dzielenie
- dodawanie i odejmowanie

W wyrażeniach, w których występuje wyłącznie dzielenie, bądź dzielenie z mnożeniem, działania wykonujemy w kolejności występowania (od lewej do prawej). Podobnie z odejmowaniem i odejmowaniem z dodawaniem.

np. $6 : 2 \cdot 3 = 9$ (a nie 1)

Zad.13. Oblicz:

a) $10-(-2)^2 =$

b) $12 : 3 \cdot 4 =$

Działania na ułamkach zwykłych:

Ułamek właściwy ma licznik mniejszy od mianownika, np. $\frac{2}{3}$.

Ułamek niewłaściwy
ma licznik większy od mianownika, można go zamienić na liczbę mieszaną, np. $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$

Aby dodać lub odjąć ułamki zwykłe, należy sprowadzić je do wspólnego mianownika, a następnie wykonać działania na licznikach, zaś mianownik pozostawić bez zmian.

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{8+3}{12} = \frac{11}{12}$$

Aby pomnożyć ułamki zwykłe, należy wcześniej ułamki mieszane zamienić na niewłaściwe, a następnie pomnożyć liczniki i mianowniki.

$$2\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{12}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{12 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{36}{20} = 1\frac{16}{20} = 1\frac{4}{5}$$

Aby podzielić ułamki zwykłe, należy wcześniej ułamki mieszane zamienić na niewłaściwe, a następnie pomnożyć dzielną przez odwrotność dzielnika.

$$1\frac{2}{5} : 1\frac{1}{3} = \frac{7}{5} : \frac{4}{3} = \frac{7}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{21}{20} = 1\frac{1}{20}$$

Uwaga: skracać można tylko licznik z mianownikiem w tym samym ułamku lub „na krzyż” w mnożeniu.

Działania na ułamkach dziesiętnych:

Dodając i odejmując pisemnie ułamki dziesiętne pamiętajmy, by przecinki były jeden pod drugim.

W mnożeniu sumujemy ilość miejsc po przecinku.

$$0{,}03 \cdot 0{,}2 = 0{,}006$$

W dzieleniu przesuwamy przecinki w dzielnej i dzielniku o tyle samo miejsc, by dzielnik był liczbą całkowitą.

$$1{,}2 : 0{,}06 = 120 : 6 = 20$$

Rozwinięcia dziesiętne liczb:

Aby zamienić ułamek zwykły na dziesiętny, należy rozszerzyć go do ułamka o mianowniku 10, 100, 1000 itd. lub podzielić licznik przez mianownik.

$$\frac{13}{20} = \frac{13 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{65}{100} = 0{,}65 \quad \text{lub} \quad \frac{13}{20} = 13 : 20 = 0{,}65$$

Zad.14. Zapisz rozwinięcia dziesiętne liczb:

a) $\frac{1}{4} =$

c) $1\frac{3}{25} =$

e) $5\frac{7}{20} =$

b) $2\frac{3}{5} =$

d) $6\frac{7}{50} =$

f) $\frac{3}{8} =$

UŁAMEK LICZBY:

Aby obliczyć ułamek pewnej wielkości, można pomnożyć ten ułamek przez tę wielkość.

$\frac{2}{3}$ liczby 27 to $\frac{2}{3} \cdot 27 = 18$

Zad.15. Tomek miał 9 zł. Na słodycze wydał $\frac{3}{4}$ tej kwoty. Czyli ile zł wydał?

Zad.16. Jola dostała na urodziny 450 zł, ale zaraz wydała $\frac{2}{5}$ tej kwoty. Ile zł jej zostało?

Zad.17. W butelce było 1,5 litra soku. Jarek wypił $\frac{2}{3}$ zawartości butelki, a Ania $\frac{3}{4}$ tego, co zostało. Ile litrów soku zostało na końcu w butelce?

Zad.18. Zmieszano 60 dag rodzynek w cenie 12 zł za kilogram, 70 dag pestek dyni w cenie 18 zł za kilogram oraz 20 dag orzechów w cenie 24 zł za kilogram. Ile kosztuje kilogram tej mieszanki?

PORÓWNYWANIE UŁAMKÓW:

Ułamki zwykłe możemy łatwo porównać, jeśli mają wspólny licznik lub wspólny mianownik.

Gdy ułamki mają jednakowe mianowniki, większym będzie ten, który ma większy licznik:

$$\frac{5}{7} > \frac{3}{7}$$

Gdy ułamki mają jednakowe liczniki, większym będzie ten, który ma mniejszy mianownik:

$$\frac{5}{7} > \frac{5}{9}$$

Ułamki dziesiętne łatwo porównać, jeśli mają identyczną liczbę miejsc po przecinku. Możemy doprowadzić do tego dopisując odpowiednią liczbę zer na końcu ułamka (po przecinku).

Ułamki zwykłe porównamy z dziesiętnymi zapisując ich rozwinięcia dziesiętne.

Zad.19. Porównaj liczby. W miejsce kropek wstaw odpowiedni znak: $\boxed{>}$, $\boxed{<}$, $\boxed{=}$.

a) $3\frac{5}{7}$ ……. $2\frac{8}{9}$

c) $\frac{2}{3}$ ……. $\frac{4}{7}$

e) $\frac{5}{7}$ ……. 0,73

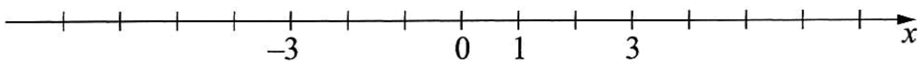
b) $\frac{3}{4}$ ……. $\frac{7}{8}$

d) 0,35 ……. 0,7

f)* $\frac{1}{3}$ ……. 0,(3)

OŚ LICZBOWA:

Oś liczbowa podzielona jest na odcinki równej długości. Każdemu punktowi na osi liczbowej przyporządkowana jest liczba, zwana jego współrzędną.



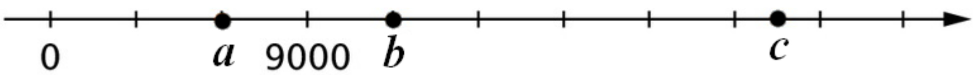
Znając współrzędne dwóch punktów i ilość odcinków je dzielących możemy określić podziałkę danej osi, czyli o ile zwiększa się liczba na osi co jeden odcinek.

Aby obliczyć odległość między danymi punktami na osi liczbowej, należy odjąć mniejszą współrzędną od większej, niezależnie od tego, czy współrzędne są dodatnie czy ujemne.
np.
odległość między współrzędną -3 i 1 obliczymy wykonując odejmowanie: $1 - (-3) = 4$

Zad.20. Oblicz odległości na osi liczbowej między współrzędnymi:

a) $8\frac{1}{2}$ i 3 b) -7 i 6 c) -5 i -9

Zad.21. Określ podziałkę i odczytaj, jakie liczby zaznaczono na osi liczbowej.

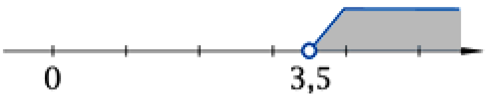


Nierówności na osi liczbowej:

Na osi liczbowej możemy zaznaczyć liczby spełniające warunki określone nierównościami w następujący sposób:

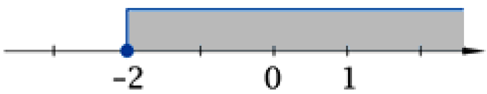
Liczby większe od 3,5 to te, które spełniają nierówność:

$x > 3{,}5$



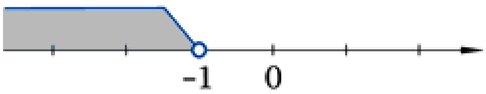
Liczby większe od -2 lub równe -2 to te, które spełniają nierówność:

$x \geqslant -2$



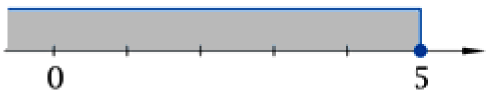
Liczby mniejsze od -1 to te, które spełniają nierówność:

$x < -1$



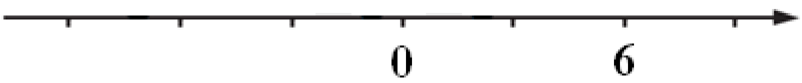
Liczby mniejsze od 5 lub równe 5 to te, które spełniają nierówność:

$x \leqslant 5$

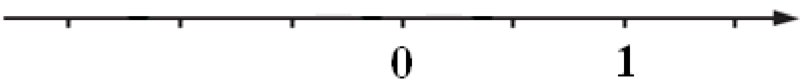


Zad.22. Zaznacz na osi liczbowej zbiór liczb spełniających podany warunek:

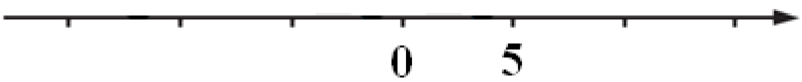
a) $x < 3$



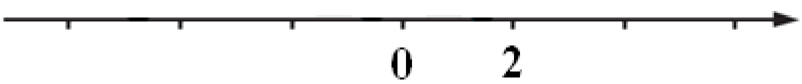
b) $x \geq -\frac{1}{2}$



c) $x \leq 10$



d) $x > -2$



POTĘGI:

Dla dowolnej liczby a definiujemy jej n–tą potęgę jako:

(a to podstawa potęgi, n to wykładnik potęgi)

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ razy}}$$

$a^0 = 1$ dla $a \neq 0$ np. $5^0 = 1$

$a^1 = a$ np. $5^1 = 5$

<u>Prawa działań na potęgach</u>:

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ np. $5^{15} \cdot 5^5 = 5^{20}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ np. $\left(\frac{2}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^7 = \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2}\right)^7 = 1$
$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ np. $\frac{5^{15}}{5^5} = 5^{10}$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$ np. $\frac{8^5}{4^5} = \left(\frac{8}{4}\right)^5 = 2^5 = 32$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ np. $(5^2)^5 = 5^{10}$	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ np. $(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = 9x^2$
	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ np. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$

<u>Pamiętaj</u>:

$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ ale $(a + b)^n \neq a^n + b^n$

Zad.23. Oblicz:

a) $7^2 =$ b) $5^0 =$ c) $\left(1\frac{1}{4}\right)^2 =$

Zad.24. Oblicz:

a) $3^2 =$ d) $2^3 =$ g) $-\frac{2^2}{3} =$

b) $(-3)^2 =$ e) $(-2)^3 =$ h) $-\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$

c) $-3^2 =$ f) $-2^3 =$ i) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

Zad.25. Oblicz:

a) $-2^2 + 3^0 =$ b) $2^1 + 2^2 + 2^3 =$

Zad.26. Przedstaw poniższe wyrażenia w postaci jednej potęgi:

a) $(5^3 \cdot 5^2)^4 : (5^2)^3 =$

b) $\frac{\left(0{,}2^2\right)^7 : 0{,}2^4}{0{,}2^6 \cdot 0{,}2} =$

Zad.27. Oblicz (sprowadź potęgi do wspólnej podstawy):

$$\frac{2^6 \cdot 8^5}{4^9} =$$

Zad.28. Zapisz w postaci jednej potęgi:

a) połowę 2^{50}

b) trzecią część 3^{60}

Zad.29. Podnieś do potęgi podane iloczyny i ilorazy:

a) $(-2x)^3 =$

b) $\left(-\frac{3x}{4}\right)^2 =$

Zad.30. Zapisz w postaci jednej potęgi i oblicz:

a) $2^5 \cdot 5^5 =$

b) $\frac{6^4}{3^4} =$

Zad.31. Oblicz (sprowadź potęgi do kilku wspólnych podstaw):

$$\frac{3^{13} \cdot 5^{11}}{15^{10}} =$$

Zad.32. Podane wyrażenie zapisz w postaci odpowiedniej potęgi 2 lub 3:

a) $2^5 + 2^5 =$

b) $3^6 + 3^6 + 3^6 =$

Zad.33. W miejsce kropek wstaw odpowiedni znak nierówności: $\boxed{>}$ lub $\boxed{<}$.

a) 2^{12} …… 2^{11}

c) $\left(\frac{2}{5}\right)^{12}$ ….. $\left(\frac{2}{5}\right)^{11}$

e) $-\left(\frac{1}{5}\right)^{12}$ ….. $-\left(\frac{1}{5}\right)^{11}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ ….. $\left(\frac{3}{2}\right)^{11}$

d) -3^{12} ….. -3^{11}

f) $(-0{,}2)^{12}$ ….. $(-0{,}2)^{11}$

NOTACJA WYKŁADNICZA:

Notacji wykładniczej używamy do skrócenia zapisu wielocyfrowych liczb lub liczb o wielu miejscach po przecinku. W tym celu używamy potęgi liczby 10. Liczba zapisana w notacji wykładniczej, to iloczyn dwóch czynników, gdzie pierwszy czynnik jest liczbą z zakresu od 1 do 10, a drugi potęgą liczby 10:

$a \cdot 10^n$ gdzie: $1 \leq a < 10$, zaś n - jest liczbą całkowitą np. $1{,}23 \cdot 10^{-20}$

Dla bardzo dużych liczb używamy potęgi 10 o wykładniku dodatnim

$$10^n = 1\underbrace{0\ldots\ 0}_{n\ \ zer}$$

Dla bardzo małych liczb używamy potęgi 10 o wykładniku ujemnym

$$10^{-n} = 0,\underbrace{0\ldots\ 01}_{n\ \ \textit{miejsc po przecinku}}$$

Zad.34.

I). Przedstaw podaną liczbę w postaci notacji wykładniczej:

a) $30000000 =$

c) $0{,}000002 =$

b) $125000000 =$

d) $0{,}000000782 =$

II). Zapisz liczbę bez użycia notacji wykładniczej:

a) $4{,}17 \cdot 10^5 =$

b) $1{,}63 \cdot 10^{-4} =$

Zad.35. W miejsce kropek wstaw odpowiedni znak nierówności: $\boxed{>}$ lub $\boxed{<}$.

a) $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ …… $2{,}7 \cdot 10^{-5}$ b) $3{,}1 \cdot 10^{-5}$ …… $2{,}7 \cdot 10^{-6}$ c) $0{,}02$ …… $2{,}1 \cdot 10^{-2}$

PIERWIASTKI:

Pierwiastkiem drugiego stopnia z nieujemnej liczby a jest nieujemna liczba b, której druga potęga jest równa a:

$\sqrt{a} = b$ jeśli $b^2 = a$, np. $\sqrt{9} = 3$, bo $3^2 = 9$.

Pierwiastkiem trzeciego stopnia z liczby a jest liczba b, której trzecia potęga jest równa a:

$\sqrt[3]{a} = b$ jeśli $b^3 = a$, np. $\sqrt[3]{8} = 2$, bo $2^3 = 8$.

Prawa działań na pierwiastkach:

$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$ np. $\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{2 \cdot 3} = \sqrt{6}$

$\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b} = \sqrt[3]{a \cdot b}$

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ np. $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{6}{3}} = \sqrt{2}$

$\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$

$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ np. $\left(\sqrt{2022}\right)^2 = 2022$

$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = a$ np. $\left(\sqrt[3]{2023}\right)^3 = 2023$

$\left(\sqrt[3]{a}\right)^6 = a^{6:3}$ np. $\left(\sqrt[3]{2}\right)^6 = 2^2 = 4$

<u>Pamiętaj</u>:

$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ np. $\sqrt{4 \cdot 9} = 2 \cdot 3 = 6$

$\sqrt{a + b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$ np. $\sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$

Zad.36. Oblicz:

a) $\sqrt{9} =$

b) $\sqrt{16} =$

c) $\sqrt{\frac{36}{49}} =$

d) $\sqrt[3]{64} =$

e) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$

f) $\sqrt[3]{-125} =$

Zad.37. Oblicz:

a) $\sqrt{1\frac{25}{144}} =$

b) $\sqrt[3]{3 + \frac{3}{8}} =$

Zad.38. Oblicz:

a) $\sqrt{100} + \sqrt{1} =$

b) $\sqrt{81} - \sqrt{25} =$

c) $\sqrt{64} - \sqrt[3]{64} =$

d) $\sqrt[3]{4 + \sqrt{16}} =$

Zad.39. Oblicz:

a) $\left(\sqrt{5}\right)^{2} =$

b) $\left(\sqrt[3]{2}\right)^{3} =$

c) $\left(\sqrt[3]{3}\right)^{6} =$

d) $\left(\sqrt{7}\right)^{3} =$

e) $\left(2\sqrt{6}\right)^{2} =$

f) $\left(3\sqrt{2}\right)^{3} =$

Zad.40. Oblicz:

a) $\sqrt{3}+\sqrt{3} =$

b) $6\sqrt{2}-\sqrt{2} =$

Zad.41. Oblicz:

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3} =$

b) $3\sqrt{5}\cdot 4\sqrt{7} =$

c) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} =$

d) $\frac{6\sqrt{27}}{2\sqrt{3}} =$

Zad.42. Wyłącz czynnik przed znak pierwiastka:

a) $\sqrt{12} =$

b) $\sqrt{20} =$

c) $\sqrt[3]{32} =$

Zad.43. Wyłącz czynnik przed znak pierwiastka:

$\sqrt{1260} =$

Zad.44. Doprowadź do najprostszej postaci:

$\sqrt{5} + \sqrt{20} =$

Zad.45. Włącz czynnik pod znak pierwiastka:

a) $4\sqrt{3} =$

b) $5\sqrt{2} =$

Zad.46. Która liczba jest większa: $4\sqrt{3}$ czy $5\sqrt{2}$?

Zad.47. Określ, między którymi liczbami naturalnymi na osi liczbowej znajduje się podany pierwiastek:

a) $\ldots < \sqrt{5} < \ldots$

b) $\ldots < \sqrt{32} < \ldots$

Zad.48. Znajdź największą liczbę całkowitą mniejszą od $\sqrt{17} + 4$ oraz najmniejszą liczbę całkowitą większą od $\sqrt{17} + 4$.

Zad.*49. Usuń niewymierność z mianownika:

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

b) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{7}}$